

УДК 532.59

## МОДЕЛЮВАННЯ ГЕНЕРАЦІЇ ХВИЛІ ЦУНАМІ, УТВОРЕНОЇ ЗСУВОМ ВИКРИВЛЕНОГО ДНА

**О.В. Авраменко, Ф.М. Олійник**

Одержано співвідношення для відхилення вільної поверхні для задачі генерації хвиль у рідкому шарі зсувом дна у випадку викривленого рельєфу дна, побудовано профілі хвильових поверхонь.

The formula for free surface elevation in the problem of wave generation in fluid layer in the case of bowed bottom displacement is obtained; the profiles of wave surface are presented.

**Вступ.** Останні десятиріччя позначені інтенсивним дослідженням хвильових процесів в океані, отримані нові результати теоретичного та практичного плану [3]. Виникли нові напрямки, пов'язані з широким застосуванням сучасних комп'ютерних технологій, одним з яких є комп'ютерне моделювання фізичних процесів і наступне порівняння з натурними та експериментальними результатами [4]. На даний час розроблено різноманітні програмні продукти які дають можливість спостерігати процеси генерації, поширення та трансформації поверхневих хвиль. Здебільшого такі програми моделюють плоскі двовимірні хвильові процеси, тому актуальною є проблема побудови розв'язків просторових задач та відповідних анімаційних картин [7]. Ця задача спрощується по мірі розвитку математичного забезпечення ЕОМ, зокрема пакетів символьних обчислень, та обчислювальної техніки взагалі, що дозволяє використовувати при дослідженнях різноманітні чисельно-аналітичні методи та дає змогу отримувати уточнені результати.

Метою роботи є фізико-математичне моделювання хвильових процесів, обумовлених локальним зсувом викривленого дна, на основі аналітичних розв'язків з використання подвійного інтегрального перетворення Фур'є, а також на основі спрощеної моделі процесу поширення хвиль.

**Загальні відомості про хвилі цунамі.** Поширеним видом довгих хвиль є цунамі. Періоди цих хвиль складають від 2 до 200 хвилин, довжини – від декількох десятків до декількох сотень кілометрів, швидкість поширення в глибоких місцях океану досягає швидкості реактивних літаків (800 – 1000 км/год). У відкритому океані хвилі цунамі майже не відчутні для кораблів. Це пояснюється їх малою крутизною при великій глибині води. При підході до берегу висоти хвиль зростають до величезних розмірів (30 – 40 м). Досягаючи берега, хвилі цунамі приносять з собою стихійно лихо. Вони здійснюють руйнівну дію на береги, прибережні будови, супроводжуються людськими жертвами наносять матеріальні збитки. Опис картини цунамі дано в [5].

Цунамі викликаються підводними землетрусами, виверженнями вулканів, падінням в воду уламків скель, різкими змінами атмосферного тиску. Найбільш частою причиною цунамі є землетруси. На земному шарі чітко виділяються дві основні зони землетрусів. Одна з них розташована в меридіональному напрямку і проходить вздовж східних та західних берегів Тихого океану, який оточений підводними горними хребтами. Інша зона утворення землетрусів має широтне положення (Апенніни, Альпи, Карпати, Кавказ, Тянь – Шань). Опис механізму генерації хвиль цунамі при землетрусах дано в [6]. Безпосередньою причиною виникнення цунамі є швидкі зміни рельєфу морського дна, що виникають при землетрусах, викликаючи раптові відхилення поверхні океану від свого рівноважного положення. Деформовані ділянки дна мають достатньо велику протяжність. Спираючись на підняту або опущену ділянку дна стовп води, зважаючи на її малу стисливість і швидкоплинність процесу деформації, також піднімається або опускається, не встигаючи повністю розтектися, і викликає додатне або від'ємне зміщення поверхні. Створене збурення поширюється у вигляді довгих гравітаційних хвиль.

В розвитку хвиль цунамі можна виділити три стадії [2]: 1) формування хвиль під дією викликаючої причини та поширення поблизу місця зародження; 2) поширення хвиль у відкритому океані великої глибини; 3) трансформація, відбиття та руйнування хвиль на материковому шельфі та набігання хвиль на берег.

**Математична постановка задачі та її аналітичний розв'язок.** Аналіз осесиметричної задачі генерації хвиль у рідкому шарі над викривленим дном, що рухається, представлено в [1] та [8]. Розглянемо нову просторову задачу генерації хвиль у рідкому шарі зсувом дна (рис.1).

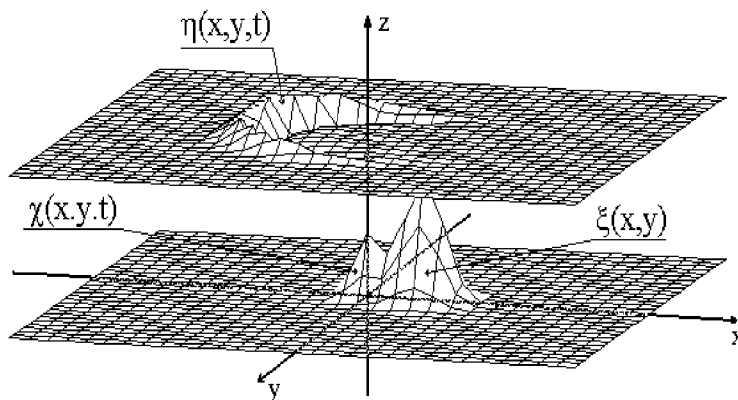


Рис.1. Постановка задачі.

Математична постановка задачі формулюється у вигляді

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0, \quad |x| < \infty, \quad |y| < \infty, \quad 0 \leq z \leq H$$

$$\left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)_{z=H} = 0, \quad \eta = - \frac{\partial \varphi}{\partial t} \Big|_{z=H}, \quad \left( \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)_{z=\xi(x,y)} = \frac{\partial \chi}{\partial t} \quad (1)$$

$$\varphi(x, y, z, 0) = \frac{\partial \varphi(x, y, z, 0)}{\partial t} = \frac{\partial \chi(x, y, 0)}{\partial t} = \frac{\partial^2 \chi(x, y, 0)}{\partial t^2} = 0$$

$\varphi(x, y, z, t)$  - потенціал швидкостей,  $\eta(x, y, t)$  - відхилення вільної поверхні,  $\xi(x, y, t)$  - форма незбуреного дна,  $\chi(x, y, t)$  - відхилення дна відносно незбуреного стану.

Застосуємо до (1) інтегральне перетворення Фур'є по  $x$  та  $y$

$$F(w, s) = \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{i\omega x} e^{isy} dx dy, \quad f(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} F(w, s) e^{-i\omega x} e^{-isy} dw ds$$

Отримаємо початково-крайову задачу зі звичайним диференціальним рівнянням

$$\frac{d^2 \Phi}{dt^2} - \omega^2 \Phi - s^2 \Phi = 0, \quad 0 \leq z \leq H, \quad t > 0$$

$$\left( \frac{d^2 \Phi}{dt^2} - \frac{d\Phi}{dz} \right)_{z=H} = 0, \quad N = - \frac{d\Phi}{dt} \Big|_{z=H} \quad \frac{d\Phi}{dz} \Big|_{z=Z(\omega, s)} = \frac{dK}{dt} \quad (2)$$

$$\Phi(\omega, s, z, 0) = \frac{d\Phi(\omega, s, z, 0)}{dt} = \frac{dK(\omega, s, 0)}{dt} = \frac{d^2 K(\omega, s, 0)}{dt^2} = 0$$

Розв'язавши задачу (2) у просторі образів перетворення Фур'є, після оберненого перетворення отримаємо розв'язок у просторі оригіналів у формі

$$\eta(x, y, t) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \left( e^{-\sqrt{w^2+s^2}H} \int_0^t F(w, s, t_1) \cos f(w, s)(t_1 - t) dt_1 - \right. \\ \left. - \frac{e^{\sqrt{w^2+s^2}H}}{\sqrt{w^2+s^2}} \left( \frac{d^2 K(w, s, t)}{dt^2} + \int_0^t F(w, s, t_1) \cos f(w, s)(t_1 - t) dt_1 \right) \right) e^{-i(\omega x + sy)} dw ds, \quad (3)$$

$$\text{де} \quad f(\omega) = \frac{\omega (e^{2\sqrt{\omega^2+s^2}H} - e^{2\sqrt{\omega^2+s^2}Z(\omega, s)})}{e^{2\sqrt{\omega^2+s^2}H} + e^{2\sqrt{\omega^2+s^2}Z(\omega, s)}}$$

$$F(\omega, t) = -\frac{e^{(2\sqrt{\omega^2+s^2}H - \sqrt{\omega^2+s^2}Z(\omega, s))}}{e^{2\sqrt{\omega^2+s^2}H} + e^{\sqrt{\omega^2+s^2}Z(\omega, s)}} \left( \frac{1}{\sqrt{\omega^2+s^2}} \frac{d^3 K(\omega, t)}{dt^3} + \frac{dK(\omega, t)}{dt} \right)$$

Введення в умову задачі ускладнення у вигляді донного рельєфу робить кінцеву формулу складною для обчислень.

**Побудова спрощеної моделі.** Виникла необхідність побудувати спрощену модель, яка б відтворювала основні властивості хвильового процесу. Нами побудована така модель, яка дає задовільні результати для великих значень часу. Для цього ще до переходу у простір оригіналів зі спектру хвильової поверхні було видалено інформацію, яка описує поведінку хвилі при малих значеннях часу. Проаналізувавши спектр хвильової поверхні, вдалося описати поведінку спектру при великих значеннях часу за

допомогою елементарних функцій. Спектр сферичної хвилі має вигляд  $a\omega^b \exp(-c\omega^d) \sin(e\omega^f t^g)$

Після обернення за інтегральним перетворенням Фур'є на отриманий результат накладаються ефекти затухання та дифракції, які підбираються згідно з відомими експериментальними результатами.

Дифракція для донної дзвоноподібної неоднорідності та зсуву дна аналогічної форми, які зміщені у просторі один відносно одного, проявляється як взаємодія двох сферичних хвиль: генерованої та відбитої від донної неоднорідності. За таких умов розподіл інтенсивності задовольняє закону  $\sin(\varphi(x))/\varphi(x)$ , де функція  $\varphi(x)$  складним чином залежить від геометричних параметрів задачі. Затухання повинно задовольняти лінійному закону, оскільки цей процес залежить від розміру периметру хвильового процесу.

Для отриманого розв'язку було проведено моделювання, побудовано просторово-часові анімаційні картини хвильової поверхні. "Землетрус"

задано у вигляді:  $\chi(x, y, t) = \frac{(ct)^3 e^{-ct}}{(a^2 + x^2)(b^2 + y^2)}$ , "підводну гору" зміщено

відносно початку координат для створення асиметрії:  $\zeta(x, y) = \frac{d}{e + (x - f)^2 + y^2}$ ,

де  $a=b=c=d=e=1, f=4$ . На рис.2 зображено еволюцію розвитку хвиль на вільній поверхні.

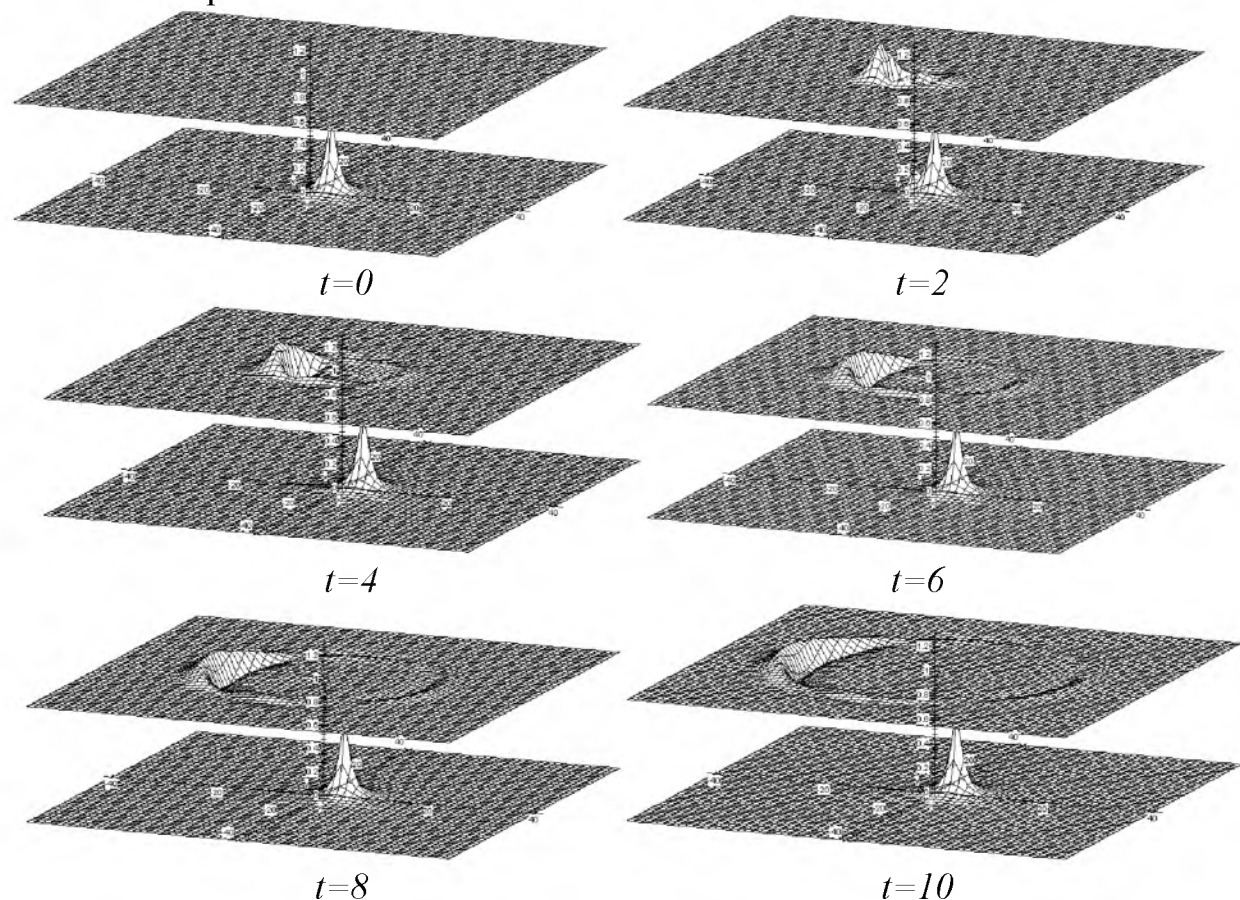


Рис.2 Відхилення вільної поверхні від зсуву викривленого дна у різні моменти часу.

З аналізу просторово часової анімаційної картини можна побачити що на хвильовій поверхні спостерігається явище дифракції генерованої хвилі на донній неоднорідності, чітко спостерігаються головний та побічні дифракційні максимуми та мінімуми.

Характер хвильової поверхні складним чином залежить від параметрів “землетрусу” та “підводної гори”, їх взаємного розташування і швидкості поширення хвиль у середовищі. Донні збурення розглянутого типу здатні створювати напрямлені хвилі великої амплітуди. Якщо розповсюдження інтерференційного максимуму напрямлене в бік берегової лінії, то виникає небезпека виходу великих хвиль на мілину.

**Висновки.** На основі загальних теоретичних відомостей розглянуто задачу про генерацію хвиль над рухомими геометричними неоднорідностями дна при наявності донного рельєфу. Отримано аналітичні розв’язки відхилення вільної поверхні для різних геометричних параметрів донного збурення, для плоскої та просторової задачі. Побудова спрощена модель, яка описує поведінку хвильової поверхні для великих значень часу.

З аналізу еволюції хвильової поверхні на основі спрощеної моделі зроблено висновок, що для землетрусів розглянутого типу практично вся енергія донного імпульсу розподілена несиметрично і сконцентрована в області інтерференційного максимуму. За наявності донного рельєфу внаслідок взаємодії хвиль, дифрагованих на неоднорідностях донного рельєфу, хвильова поверхня набуває вигляду складної інтерференційної картини, на якій можуть утворюватись ділянки з великою магнітудою.

#### БІБЛІОГРАФІЯ

- [1] Авраменко О.В. Осесиметрична задача генерації хвиль у рідкому шарі над викривленим дном, що рухається // Наукові записки КДПУ, Серія: Фіз–мат науки.– Вип.12, 1997.–С.–3–8.
- [2] Гусаков В.К. Обзор работы по проблеме возбуждения волн цунами.– В кн.: Методы расчета возникновения и распространения цунами.– Москва: Наука, 1978.–С.18–29.
- [3] Овсянников В.Л. , Макаренко Н.И. , Налимов В.И. Нелинейные проблемы теории поверхностных и внутренних волн. – Новосибирск: Наука, 1985. – 318 с.
- [4] Селезов И.Т. , Сидорчук В.Н. , Яковлев В.В. Трансформация волн в прибрежной зоне шельфа. – К. : Наук. думка, 1982. – 208с.
- [5] Соловьев С.Л. Проблема цунами и ее значение для Камчатки и Курильских островов.–В кн.: Проблема цунами.–Москва: Наука, 1968.–С.7–50.
- [6] Соловьев С.Л. Цунами.–«Земля и Вселенная».–1980,№3.–С.12–16.
- [7] Черкесов Л.В. Гидродинамика поверхностных и внутренних волн. – К.: Наук. думка, 1976. – 364с.
- [8] Олійник Ф.М. Генерація хвиль у рідкому шарі зсувом дна // Дипломна робота. – Кіровоград, 2002.– 51 с.